



Computer Culture Advanced

打开计算机硬件的盲盒

揭开数字电子计算机的神秘面纱

理论铺垫（为二进制加法器实验做准备）



计算机到底在 计算什么





破除直觉：解绑计算行为与计算工具

Computer是什么？

从人类计算师到现代计算机 数字电子计算机

com•put•er /kəmˈpyʊtər/ *n.* **1** a usu. electronic device for storing and processing data (usu. in binary form), according to instructions given to it in a variable program. **2** a person who computes or makes calculations.

《牛津美国当代英语词典》对Computer的解释截图

计算是动作，载体只是执行者。载体变了，计算本身不变





理解计算的本质

计算 就是按照一套预先确定的规则，完成从输入符号到输出符号的变换。

记作：

$$y = f(x)$$

给定**输入**

按照一套确定不变的**变换规则**

一步步推导出**输出**

计算的本质就是中间这套变换规则 **f**。

比如： $y = 2x + 1$

规则：把输入的数字乘以 2 后，再加 1

计算 是执行规则 **f** 的过程，是动态的，必须有载体来完成

算法 是对变换规则 **f** 的描述，是静态的，形式多样（公式/文字/步骤/代码）

算力 是载体执行计算的能力，是载体的性能指标



计算与可计算

现实结果!



KURT GÖDEL

哥德尔
完备性不成立



Alan Mathison Turing

图灵
可判定性不成立



大卫·希尔伯特

希尔伯特梦想：所有数学问题，都可以机械化求解。

计算=算术，只要问题描述清楚，就能找到一套规则一步步算出答案，也就是**所有数学问题天然可计算**。



普通人直觉

不是人类不够聪明，符号规则体系底层自带边界





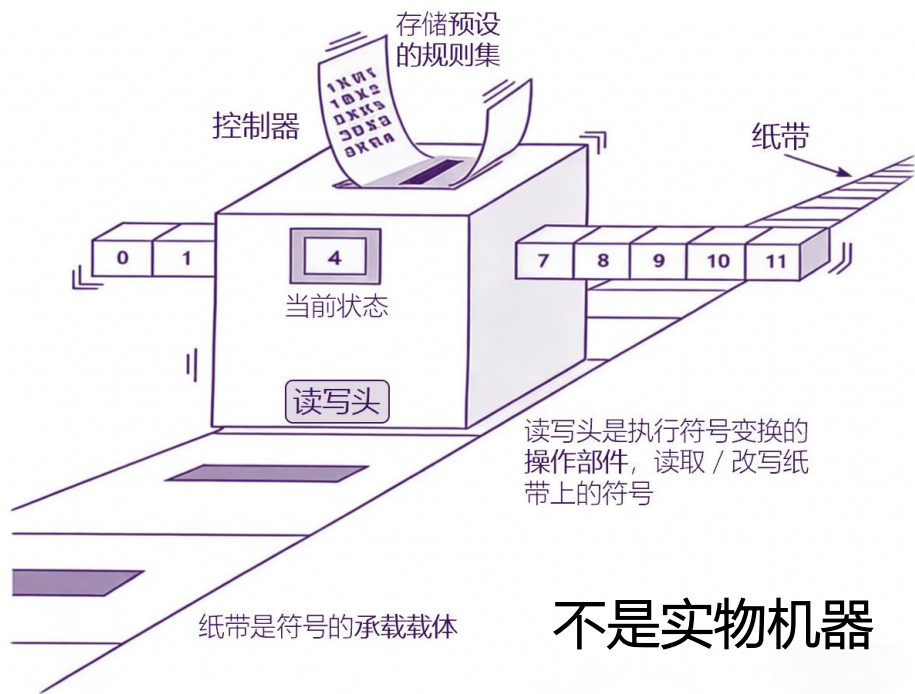
不可计算 = 题目太难，算力不够





图灵机与可计算性

图灵机 假想的计算模型，用来严格定义什么是可计算，划定问题集合的边界。



概念模型 (定义什么叫机械化的符号变换)

可计算定义：

如果一个符号变换规则 f ，可以用图灵机，通过有限步骤完成，最后停机给出输出，这个问题就是可计算的。

图灵机既是起点，又是终点

起点： 严格定义机械化符号计算

终点： 划定所有物理计算机的能力边界

不可计算 = 不存在有限步骤算法，再强算力也无解





通用图灵机思想

在图灵之前，人们想象的计算机器都是**专用机器**。

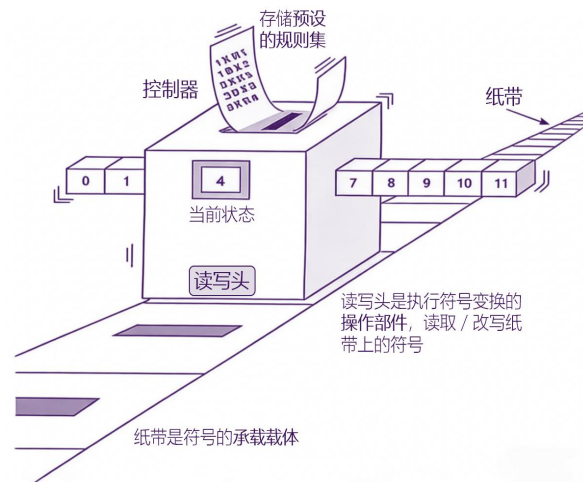
图灵《论可计算数及其在判定问题上的应用》（1936年）

论文原文核心大意：

我们可以制造一台机器，它的**纸带**上面，可以写**两类信息**：

- ❶ **另一台机器的全部操作规则**（即该机器的“指令表”）
- ❷ 交给那台机器去处理的**输入数据**

这台机器读到这些符号之后，就可以**模仿和复刻那台机器从头到尾的全部动作**。



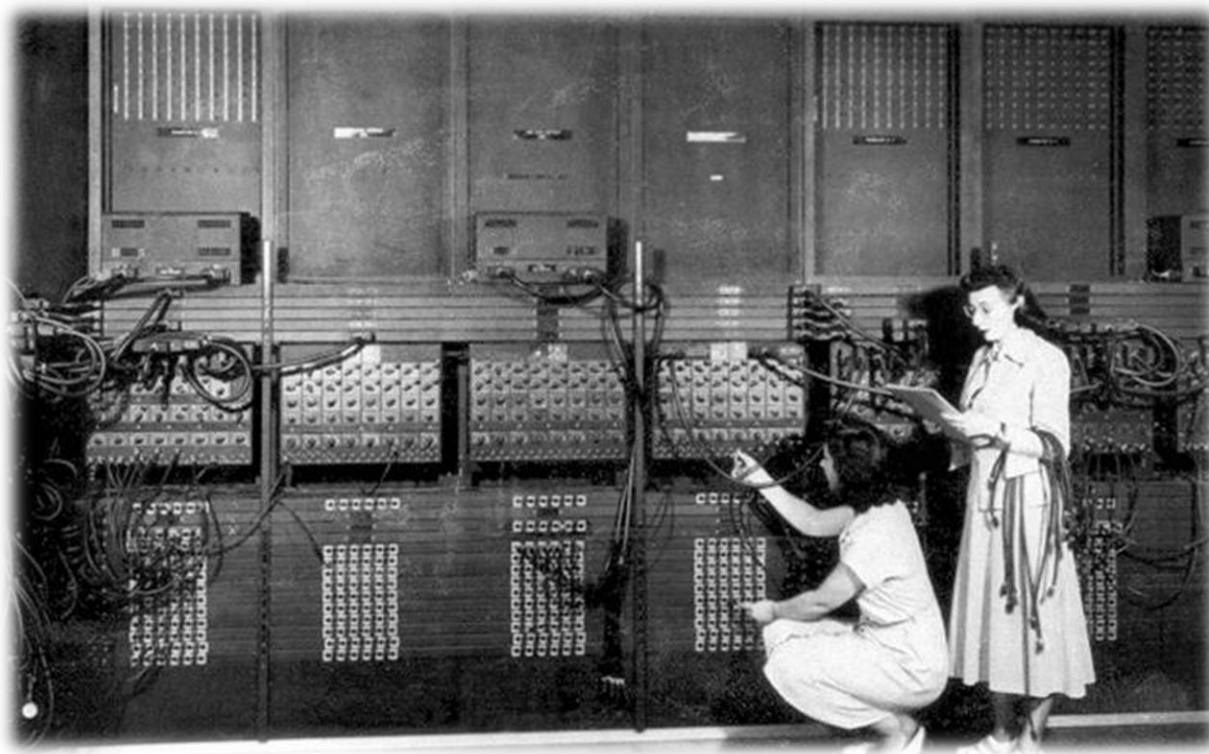
- **普通图灵机**：机器内置固定规则（功能不可变）
- **通用图灵机**：把规则编码成符号写在纸带上，更换纸带即可更换任务，无需改动机器硬件





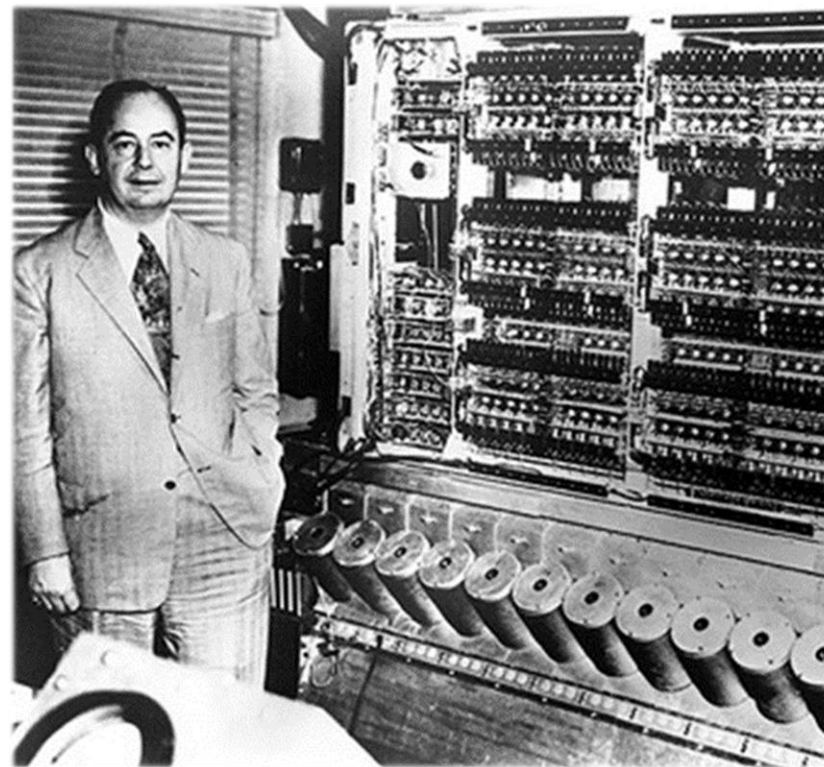
通用计算思想：理论走向工程落地

冯诺依曼架构的数字计算机，成为图灵机概念模型在物理世界的工程实现。



ENIAC (1945)

属于**专用计算设备**，换一个算法，需要人工重新接线



EDVAC (1951)

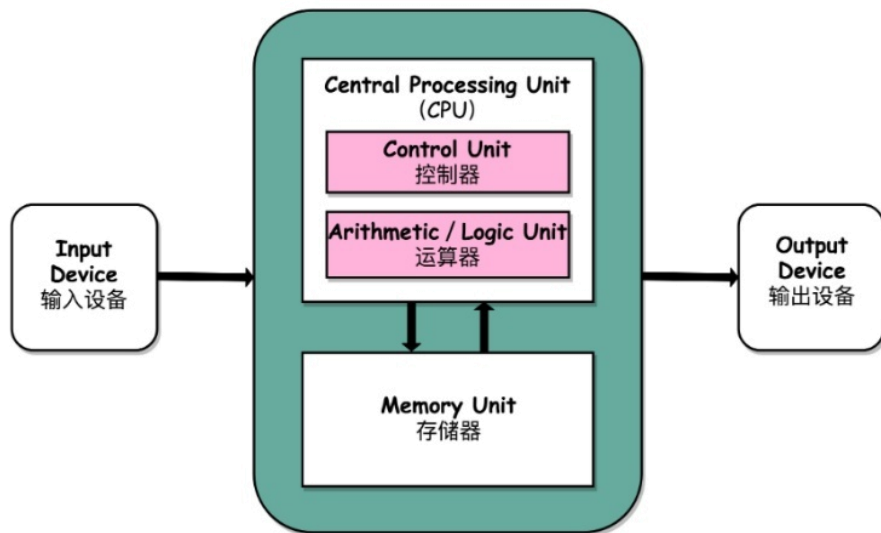
冯·诺依曼主导设计，提出**存储程序架构**方案



现代通用计算机采用冯氏架构工程实现

冯·诺依曼架构（存储程序 + 程序控制）

存储程序思想： 算法（程序）和数据一样，都被编码成符号，存入存储器。
修改计算任务，不需要改动硬件，只需要更换程序。



冯·诺依曼架构（五大部件框图）

计算机系统

软件	系统软件
	应用软件
硬件	计算机
	外围设备

思考：通用性代表什么问题都能解决





如何造出一台物理图灵机



图灵机三要素映射现代计算机

图灵机 = 符号 + 规则 + 状态



冯氏架构的数字电子计算机

在存储足够的前提下，二者可计算能力等价：现实硬件的物理约束（纸带无限长 VS 有限的存储容量）



为什么是**数字电子**计算机？

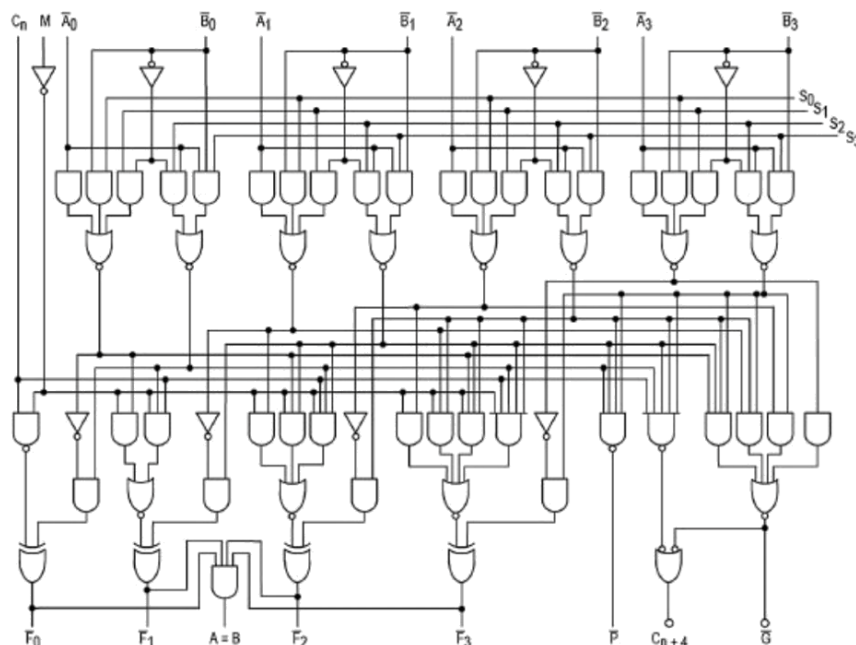
计算 = 按规则做符号变换，图灵机操作有限、互相不混淆的符号

- **符号**天然是**离散**的，一个个独立
符号集可以选十进制、二进制.....
- 不同符号集，工程稳定性不一样
二进制只需要 2 种物理状态，容错最好
- **符号载体：开关**
二进制刚好匹配 开关 的两种状态：通 / 断
- **开关器件的演变：**
继电器（机械）→ 真空管 → 晶体管（**电子开关**）
- 符号状态切换速度大幅提升带来载体切换速度，直接决定**算力**高低

离散符号 → 符号集（数制）选择 → 开关承载符号（0 和 1）→ 电子开关提升速度（算力）



如何用电子开关实现计算



- 开关本身仅保存 0/1 符号
- 开关之间的连线拓扑 = 变换规则 f
- 输入一组 0/1 符号 x
- 电路自动输出 0/1 符号 y
- 完成硬件层面的符号变换 $y=f(x)$

大量开关按照固定规则连接起来搭成开关网络

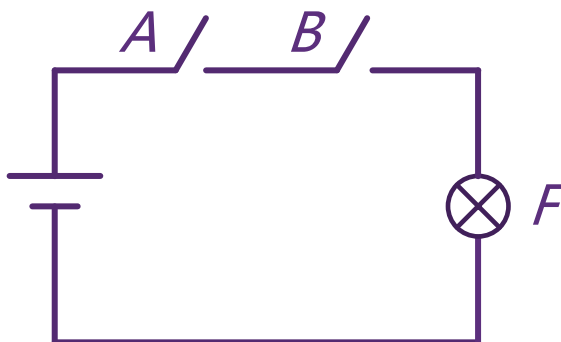
串联开关电路 —— 与门

实现与逻辑 $F=A \cdot B$ 的电路称为与门

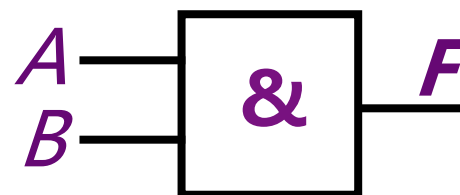
A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

全1则1，有0则0

(a) 真值表



(b) 串联开关电路



(c) 逻辑符号

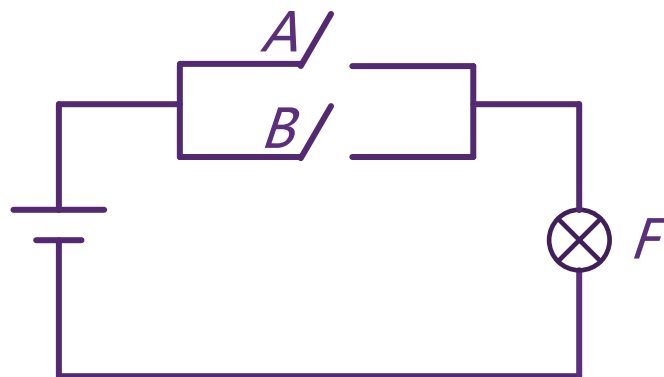
并联开关电路 —— 或门

实现**或**逻辑 $F=A+B$ 的电路称为**或门**

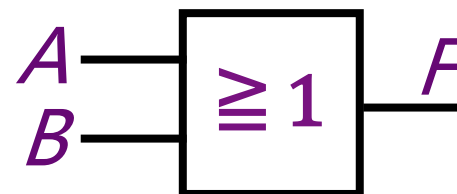
A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

全1则1，无1则0

(a) 真值表



(b) 并联开关电路



(c) 逻辑符号

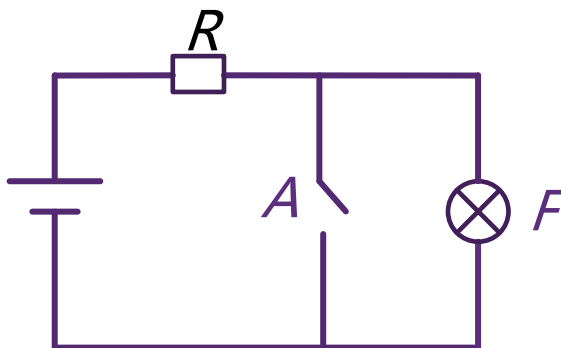
开关与灯泡并联 —— 非门

实现**非**逻辑 $F = \overline{A}$ 的电路称为**非**门

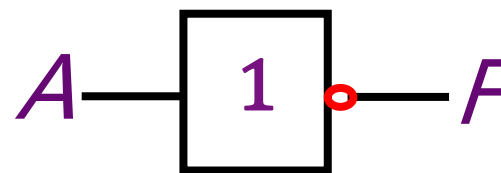
A	F
0	1
1	0

0则1, 1则0

(a) 真值表



(b) 开关与灯并联电路



(c) 逻辑符号

从开关电路到逻辑门

常见的逻辑门

与门 A B $\boxed{\&}$ $F = A \cdot B$

或门 A B $\boxed{\geq 1}$ $F = A + B$

非门 A $\boxed{1}$ $F = \bar{A}$

异或门 A B $\boxed{=1}$ $F = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$

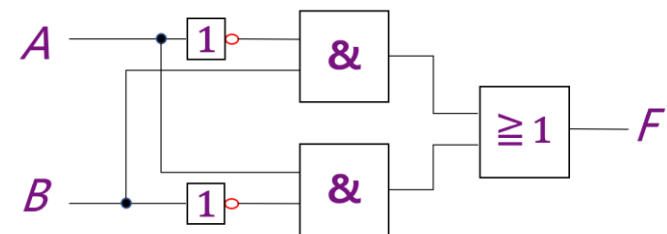
与非门 A B $\boxed{\&}$ $F = \overline{A \cdot B}$

或非门 A B $\boxed{\geq 1}$ $F = \overline{A + B}$

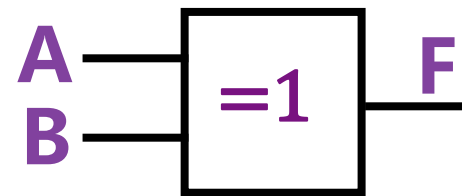
“异或” XOR 运算

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

(b) 真值表



(a) 用基本逻辑门组合成的异或门



(c) 逻辑符号

复合逻辑门（异或门）

异或门由基础与 / 或 / 非门组合得到，是搭建加法器的关键复合门





$A=1001$ $B=1011$ 求 $A+B=?$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ + 1011 \\ \hline 10100 \end{array}$$

Diagram illustrating the binary addition of A (1001) and B (1011). The result is 10100. Purple arrows indicate the carry propagation from the rightmost bits to the left.

怎样通过开关电路
搭出
会算数的数字电路?



下节课动手实验 <https://edu.cs.tsinghua.edu.cn/cca/lab/>



思考与判断

- 1、图灵机是思想概念模型，数字电子计算机是它的现代工程实现 (✓ / ✗)
- 2、不可计算的问题，只是题目太难，未来算力提升 / AI 就可以解决 (✓ / ✗)
- 3、通用性 = 什么问题都能解决 (✓ / ✗)
- 4、方程 $x^2 = -4$ 在实数范围内无解，属于图灵意义下的不可计算问题 (✓ / ✗)
- 5、晶体管只是电子开关，只承载符号，连线方式（开关网络）才定义变换规则f，单个开关不能完成计算 (✓ / ✗)
- 6、什么是存储程序思想？它如何让计算机从 “专用计算装置” 变为通用计算装置？
- 7、下节课要用手动拨动的开关搭建半加器。请思考：在这个手动搭建电路里面，什么东西代表符号 0/1？什么代表变换规则f？

